	<b>Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León</b>	<b>MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES</b>	<b>EJERCICIO</b>  Nº Páginas: 2 Tablas
---	---	--	---

**OPTATIVIDAD:** EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS DOS OPCIONES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA.

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:**

Cada pregunta de la 1 a la 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados por el alumno.

**Opción A**

**1A-** Una fábrica produce tres tipos de herramientas: A, B y C. En la fábrica trabajan tres obreros, durante 8 horas diarias cada uno, y un revisor para comprobar las herramientas durante 1 hora diaria. Para fabricar una herramienta de tipo A se emplean 2 horas de mano de obra y se necesitan 6 minutos de revisión, para la fabricación de una de tipo B se emplean 4 horas de mano de obra y 4 minutos de revisión y para una de tipo C se necesitan 1 hora de mano de obra y 4 minutos de revisión. Por limitaciones en la producción, se deben producir exactamente 12 herramientas al día. Calcula el número de herramientas de cada tipo que se elaboran cada día en la fábrica.

**2A-** Se considera la función:  $f(x) = -x^3 + bx^2 + x + d$

a) Calcula razonadamente los valores de  $b$  y  $d$  para que la función  $f(x)$  tenga un máximo relativo en el punto  $(1,4)$ .

b) Suponiendo  $b = 1$  y  $d = 3$ , representa gráficamente la función  $f(x)$  en el intervalo  $[-2,2]$ .

**3A-** Un moderno edificio tiene dos ascensores para uso de los vecinos. El primero de los ascensores es usado el 45% de las ocasiones, mientras que el segundo es usado el resto de las ocasiones. El uso continuado de los ascensores provoca un 5% de fallos en el primero de los ascensores y un 8% en el segundo. Un día suena la alarma de uno de los ascensores porque ha fallado. Calcula la probabilidad de que haya sido el primero de los ascensores.

**4A-** Calcula  $P(\bar{A}/B)$  sabiendo que  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$  y  $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ .

**Opción B**

**1B-** Un ahorrador dispone de 4000 € para invertir en dos tipos de fondos de inversión a cierto plazo. En el fondo A cada participación tiene un coste de 40 € y produce un beneficio de 15 €, mientras que en el fondo B cada participación da un beneficio de 5 € y su coste es de 50 €. Sabiendo que se puede adquirir un máximo de 60 participaciones del fondo A y al menos 40 del fondo B, utiliza técnicas de programación lineal para determinar cuántas participaciones de cada fondo se deben comprar para maximizar el beneficio y calcula ese beneficio.

**2B-** Un agricultor dispone de 3000 € para cercar un terreno rectangular, usando el río adyacente como lado con el fin de que el recinto sólo necesite 3 cercas. El coste de la cerca paralela al río es de 5 € por metro instalado, y el de la cerca para cada uno de los lados restantes es de 3 € por metro instalado. Calcula las dimensiones del terreno de área máxima que puede cercar con el presupuesto que tiene.

**3B-** En un determinado municipio, los ingresos mensuales de sus habitantes siguen una distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica 200 €. Se seleccionó al azar una muestra de 100 personas cuya media de ingresos mensuales resultó de 1060 €.

- a) Para un nivel de confianza del 95%, calcula un intervalo de confianza para el ingreso medio mensual en ese municipio.
- b) Si se toma un nivel de significación de 0.01, calcula el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el ingreso medio mensual con un error menor de 30 €.

**4B-** La probabilidad de romper una galleta al ser envasada es el 1%. Si en un envase hay 10 galletas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una galleta esté rota debido a la operación de envasado?

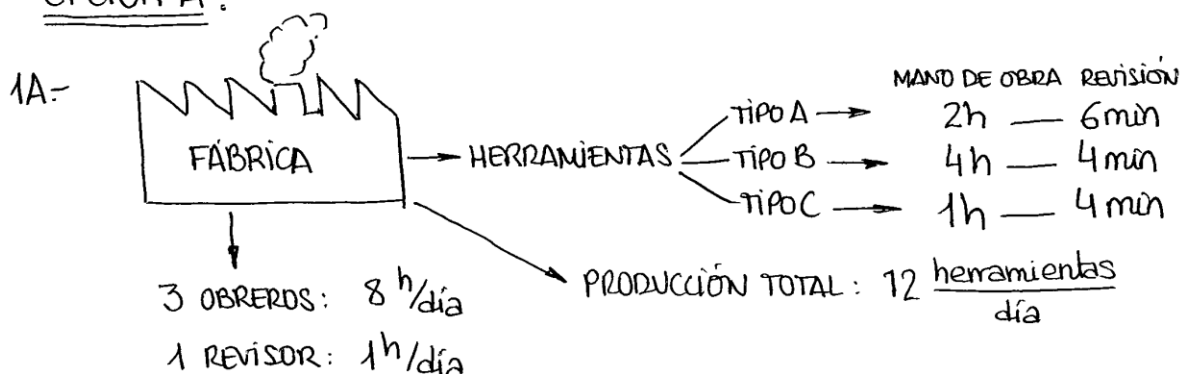


PRUEBAS DE ACCESO A ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO  
CASTILLA Y LEÓN.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

15-JUNIO-2012

OPCIÓN A:



- Incógnitas:
- $x \equiv$  nº de herramientas TIPO A al día.
  - $y \equiv$  nº de herramientas TIPO B al día.
  - $z \equiv$  nº de herramientas TIPO C al día.

SISTEMA:

$$\begin{cases} x + y + z = 12 & \longrightarrow \text{Producción total diaria} \\ 2x + 4y + z = 24 & \longrightarrow \text{Mando de obra diaria (3 obreros} \Rightarrow 8 \text{ h/día} \cdot 3 = 24 \text{ h/día)} \\ 6x + 4y + 4z = 60 & \longrightarrow \text{Revisión diaria, expresada en minutos.} \end{cases}$$

Simplificamos la tercera ecuación dividiéndola por 2:  $3x + 2y + 2z = 30$ .

Matricialmente queda:

$$A^* = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 2 & 4 & 1 & 24 \\ 3 & 2 & 2 & 30 \end{array} \right)$$

A

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1(2-4) + 3(2-4) = -2-4 = -6 \neq 0 \Rightarrow \text{S.C.D.}$$

Resolvemos por Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 1 & 1 \\ 24 & 4 & 1 \\ 30 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{96 + 48 + 30 - 120 - 24 - 48}{-3} = \frac{-18}{-3} = 6 \text{ herramientas TIPO A}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 12 & 1 \\ 2 & 24 & 1 \\ 3 & 30 & 2 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{48 + 60 + 36 - 72 - 30 - 48}{-3} = \frac{-6}{-3} = 2 \text{ herramientas TIPO B}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 12 \\ 2 & 4 & 24 \\ 3 & 2 & 30 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{120 + 48 + 72 - 144 - 48 - 60}{-3} = \frac{-12}{-3} = 4 \text{ herramientas tipo C}$$

2A-  $f(x) = -x^3 + bx^2 + x + d$

a) MÁXIMO RELATIVO EN (1,4)  $\begin{cases} (1,4) \in f(x) & (i) \\ f'(1) = 0 & (ii) \end{cases}$

(i)  $f(1) = -1^3 + b \cdot 1^2 + 1 + d = 4 \Rightarrow b + d = 4$

(ii)  $f'(x) = -3x^2 + 2bx + 1; f'(1) = -3 \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + 1 = 0 \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow \boxed{b=1}$   
 $\downarrow$   
 $\boxed{d=3}$

b)  $f(x) = -x^3 + x^2 + x + 3$  (Ya sabemos que tiene un máximo relativo en (1,4), por el apartado a)  
 $f'(x) = -3x^2 + 2x + 1$

Sabemos que  $x=1$  es raíz de  $f'(x)$ :

$$1 \left| \begin{array}{ccc|c} -3 & 2 & 1 & \\ & -3 & -1 & \\ \hline & -3 & -1 & 0 \end{array} \right.$$

$$f'(x) = -3x^2 + 2x + 1 = (x-1)(-3x-1) = -3(x-1)(x+\frac{1}{3})$$

MÁXIMO EN (1,4)

EXTREMO EN  $f(-\frac{1}{3}) = -(-\frac{1}{3})^3 + (-\frac{1}{3})^2 + (-\frac{1}{3}) + 3 =$   
 $= \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} + 3 = \frac{1+3-9+81}{27} = \frac{76}{27}$

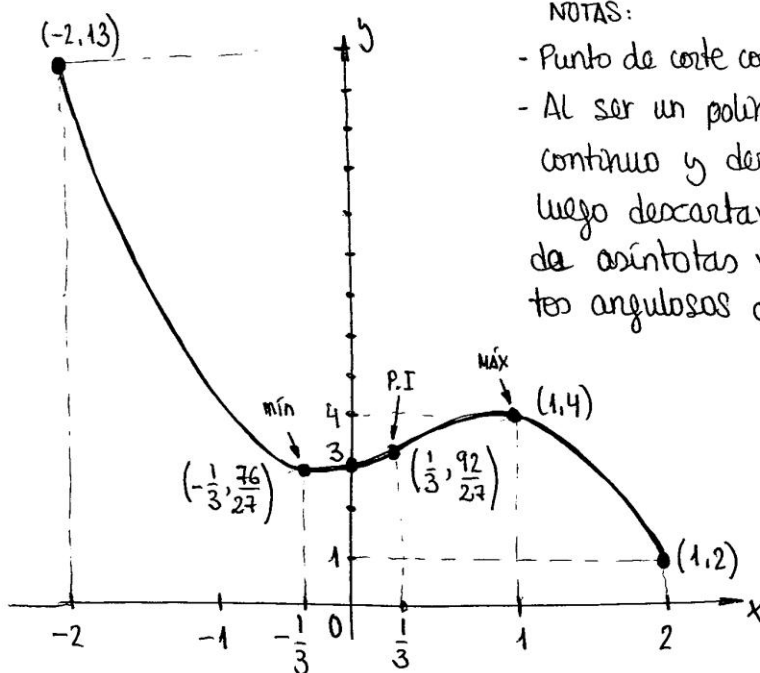
(Todo polinomio de grado 3, si presenta dos extremos, son un máximo y un mínimo, por continuidad, de modo que  $x = -\frac{1}{3}$  presenta un mínimo.

$$f''(x) = -6x + 2$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \quad \text{P. INFLEXIÓN EN } x = \frac{1}{3}$$

$$f'''(x) = -6 \neq 0$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 3 = \frac{-1+3+9+81}{27} = \frac{92}{27}$$



NOTAS:  
 - Punto de corte con OY:  $f(0)=3$   
 - Al ser un polinomio es continuo y derivable en  $\mathbb{R}$  luego descartamos la existencia de asíntotas verticales, de puntos angulosos o de retroceso.

3A.- Llamemos al primer ascensor: "A" y "B" al segundo.

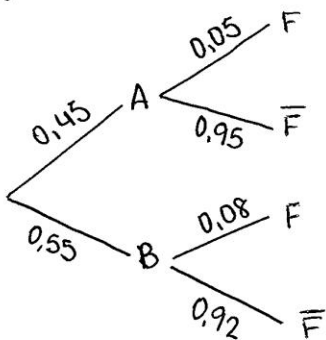
Llamemos a los sucesos:

A  $\equiv$  usar el ascensor A :  $P(A) = 0,45$

B  $\equiv$  usar el ascensor B :  $P(B) = 1 - 0,45 = 0,55$

F  $\equiv$  falla el ascensor  $\longrightarrow$  DATOS:  $P(A \cap F) = 0,05$   
 $P(B \cap F) = 0,08$

DIAGRAMA EN ARBOL



Se nos pide calcular la probabilidad de que, habiendo fallado un ascensor (verosimilitud) haya sido el primero.

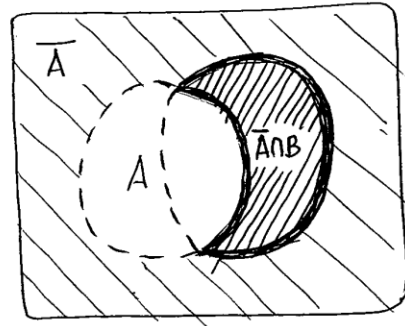
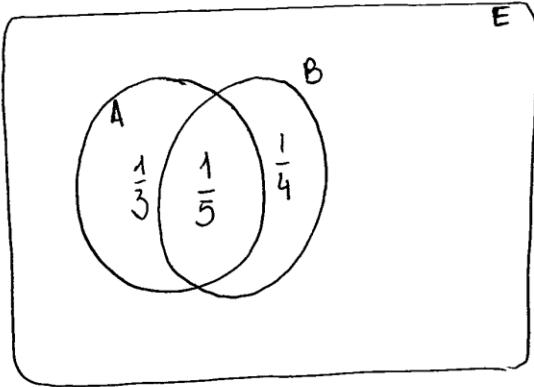
$$P(A/F) = \frac{0,45 \cdot 0,05}{0,45 \cdot 0,05 + 0,55 \cdot 0,08} =$$

TH. BAYES

$$= \frac{0,0225}{0,0225 + 0,044} = 0,3383 \quad (33,83\%)$$

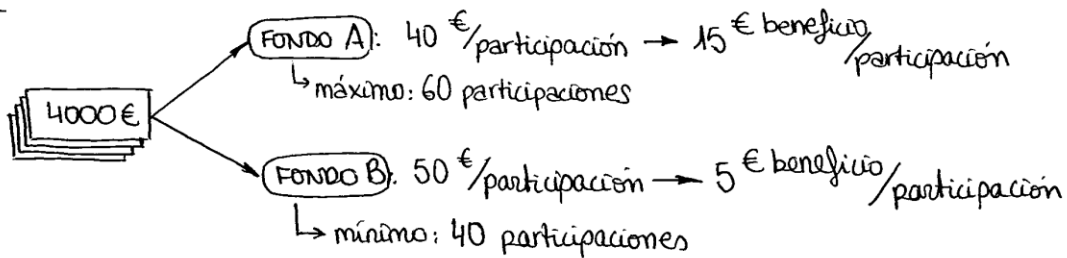
4A-

$$\boxed{P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{5}}$$



OPCIÓN B:

1B.-



$x \equiv$  nº participaciones del FONDO A

$y \equiv$  nº participaciones del FONDO B

FUNCIÓN OBJETIVO:  $B(x, y) = 15x + 5y$  (Beneficio  $\rightarrow$  maximizar)

RESTRICCIONES:

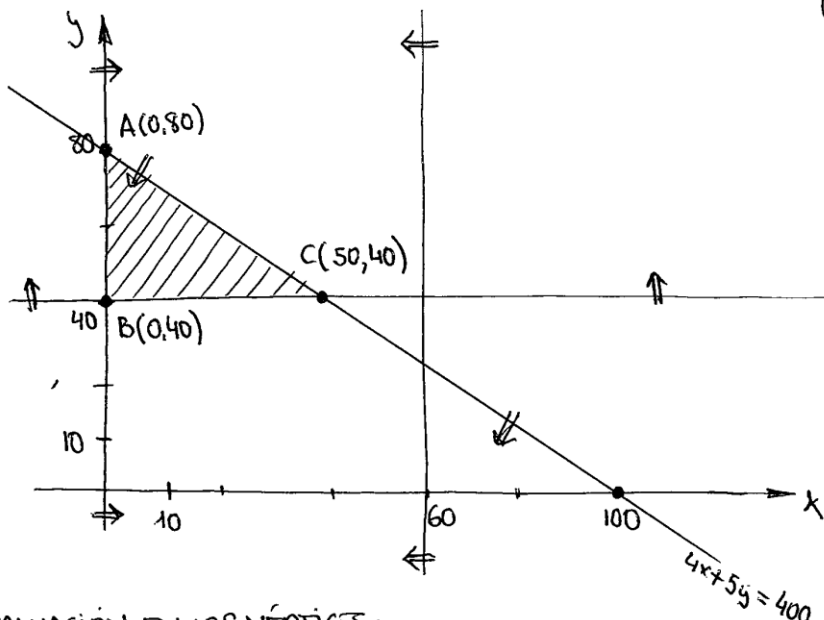
$$\begin{cases} 40x + 50y \leq 4000 \Rightarrow 4x + 5y \leq 400 \\ x \leq 60 ; x \geq 0 \\ y \geq 40 \end{cases}$$

x	y
0	80
100	0

EVALUAMOS  $4x + 5y \leq 400$   
en  $O(0,0)$

$0 + 0 \leq 400$  ✓

REGIÓN FACTIBLE:



EVALUACIÓN EN LOS VÉRTICES:

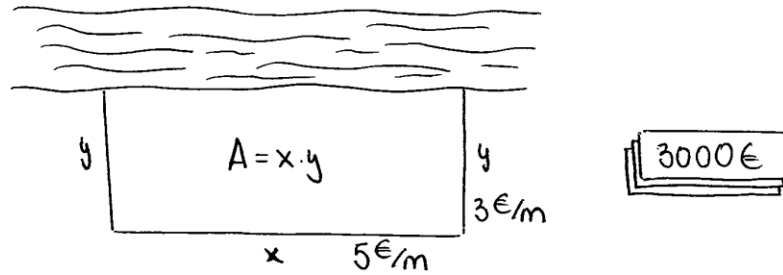
$B(0,80) = 15 \cdot 0 + 5 \cdot 80 = 400 \text{ €}$

$B(0,40) = 15 \cdot 0 + 5 \cdot 40 = 200 \text{ €}$

$B(50,40) = 15 \cdot 50 + 5 \cdot 40 = 950 \text{ €} \Rightarrow$  El máximo beneficio será de 950€, adquiriendo 50 participaciones tipo A y 40 tipo B.



28.-



$$A(x, y) = x \cdot y$$

$$\text{Coste: } C(x, y) = 5x + 3 \cdot 2y = 3000 \Rightarrow y = \frac{3000 - 5x}{6} = 500 - \frac{5}{6}x$$

$$A(x) = x \cdot \left(500 - \frac{5}{6}x\right) = 500x - \frac{5}{6}x^2$$

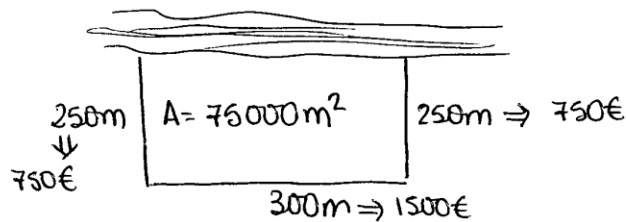
$$A'(x) = 500 - \frac{10}{6}x = 500 - \frac{5}{3}x$$

$$A'(x) = 0 \Leftrightarrow 500 = \frac{5}{3}x \Rightarrow x = \frac{1500}{5} = 300 \text{ m} \Rightarrow y = 500 - \frac{5}{6} \cdot 300 = 250 \text{ m}$$

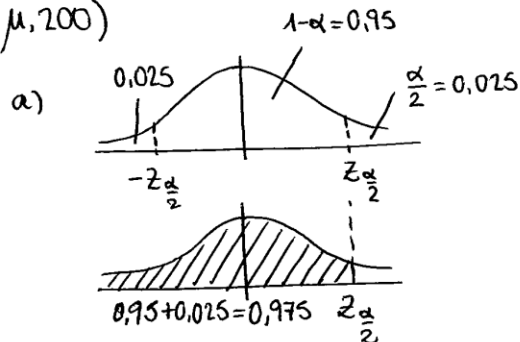
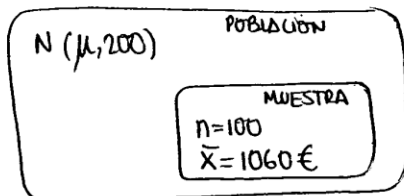
$$A''(x) = -\frac{10}{6}$$

$$A''(300) = -\frac{10}{6} < 0 \Rightarrow \text{Máximo } \checkmark$$

Queda:

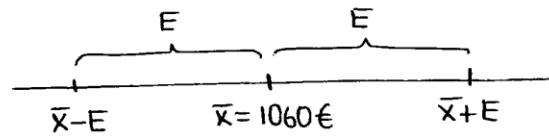


38.-  $X = \text{Ingresos mensuales} : N(\mu, 200)$



$$P\left[Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right] = 0.975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

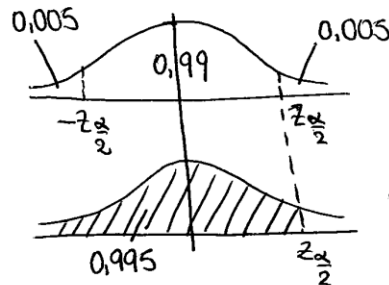
INTERVALO DE CONFIANZA: (PARA LA MEDIA POBLACIONAL)



Error máximo admisible:  $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{200}{\sqrt{100}} = 1,96 \cdot 20 = 39,2 \text{€}$

Luego:  $IC = (1060 - 39,2 ; 1060 + 39,2) = (1020,8 ; 1099,2)$

b)  $\alpha = 0,01$   
 $E < 30 \text{€}$



$P[Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}] = 0,995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,575$

$E = 2,575 \cdot \frac{200}{\sqrt{n}} < 30 \Rightarrow \sqrt{n} > \frac{2,575 \cdot 200}{30} = 17,167 \Rightarrow n > 17,167^2 = 294,70$

$n \in \mathbb{N}$ , luego tomamos  $n > 294$  ó  $n \geq 295$

Comprobación:

Si  $n = 294$ :  $E = 2,575 \cdot \frac{200}{\sqrt{294}} = 30,04 \text{€} > 30 \text{€}$

Si  $n = 295$ :  $E = 2,575 \cdot \frac{200}{\sqrt{295}} = 29,98 \text{€} < 30 \text{€}$  ✓

4B.- DISTRIBUCIÓN BINOMIAL:  $X \equiv$  nº de galletas rotas en el paquete:

Llamemos: ÉXITO  $\equiv$  Galleta rota; Probabilidad de éxito:  $p = 0,01$  }  $B(10; 0,01)$   
 10 galletas  $\Rightarrow n = 10$

Se pide:  $P[X \geq 1] = 1 - P[X = 0] = 1 - \binom{10}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{10} =$   
 $= 1 - (1-0,01)^{10} = 1 - 0,99^{10} = 0,0956$  (9,56%)